

УДК 539.3  
КАСИМОВ А.Т.

**Аналитические решения задачи изгиба слоистой пластины под синусоидальной и распределённой нагрузками в уточненной постановке**

Рассмотрим задачу изгиба слоистой прямоугольной пластины с размерами в плане  $a$  и  $b$  при действии нагрузки, распределённой по поверхности согласно закону:

$$q = q_0 \sin \frac{m\pi x_1}{a} \cdot \sin \frac{n\pi x_2}{b}, \quad (1)$$

где  $q_0$  – интенсивность нагрузки в центре пластины;  $m, n$  – целые числа.

Решение задачи для однородной пластины по классической теории имеется в [1]. В рамках трёхмерной теории упругости для такой задачи имеется решение Б.Ф.Власова [2]. Для трёхслойных пластин имеется достаточно строгое решение Л.Э.Брюккера [3]. Слой заполнителя рассматривается им как трёхмерное тело, а для жёстких несущих слоёв приняты гипотезы Кирхгофа-Лява.

Примем закон изменения искомых функций усилий  $\Phi$ , прогиба  $W$  и сдвига  $\chi$  координатной поверхности в следующем виде:

$$\Phi = AS; W = BS; \chi = CS, \quad (2)$$

где  $S = \sin \alpha_1 x_1 \sin \alpha_2 x_2$ ;  $\alpha_1 = \frac{m\pi}{a}$ ;  $\alpha_2 = \frac{n\pi}{b}$ ;

$m, n$  – целые нечётные числа;

$A, B, C$  – искомые постоянные величины, которые определяются из решения системы дифференциальных уравнений. Система разрешающих уравнений слоистой пластины представлена в смешанной форме и примет такой вид:

$$\begin{aligned} \Delta_F^2 \phi + \Delta_{1S}^2 W - (\Delta_{2S}^2 - \Delta_{13}^2) \chi &= 0; \\ \Delta_{1S}^2 \phi + (\Delta_{3S}^2 - \Delta_D^2) W + (\Delta_P^2 - \Delta_{23}^2 - \Delta_{4S}^2) \chi &= -q; \quad (3) \\ \Delta_{2S}^2 \phi + (\Delta_{5S}^2 - \Delta_P^2) W + (\Delta_{P1}^2 - \Delta_{33}^2 - \Delta_{P3}^2) \chi &= 0. \end{aligned}$$

Общий порядок системы равен 12. Неизвестными являются три функции координатной поверхности: функция усилий, прогиба и сдвига.

Для разных значений  $f$  и  $g$  коэффициенты операторов принимают различные значения [4]:

$$\begin{aligned} \Delta_f^2 &= A_1^*(\cdot)_{,1111} + A_2^*(\cdot)_{,1122} + A_3^*(\cdot)_{,2222}; \\ \Delta_g &= B_1^*(\cdot)_{,11} + B_2^*(\cdot)_{,22}. \quad (4) \end{aligned}$$

Уравнения (3) содержат дифференциальные операторы 4-го и 2-го порядков, которые определяются по (4) с коэффициентами соответственно  $A_j^*(j=1,2,3)$ ,  $B_i^*(i=1,2)$  зависящими от жесткостей слоистой пластины.

Краевые условия для различных случаев закрепления кромок пластины получены из контурного интеграла вариационного уравнения.

Функции (2) удовлетворяют граничным условиям на краях пластины.

Дифференциальные операторы в системе уравнений (3) представляются в соответствии с (4) в виде:

$$\begin{aligned} \Delta_F^2 \phi &= F_1 \phi_{,1111} + (F_4 - 2F_2) \phi_{,1122} + F_3 \phi_{,2222} = \\ &= [F_1 \alpha_1^4 + (F_4 - 2F_2) \alpha_1^2 \alpha_2^2 + F_3 \alpha_2^4] AS = d_2 AS, \quad (5) \end{aligned}$$

где через  $d_2$  обозначено выражение в квадратных скобках. Аналогично преобразуются остальные операторы.

Для первого уравнения системы имеем:

$$\Delta_F^2 \phi = d_2 AS; \Delta_{1S}^2 W = d_8 BS; \Delta_{2S}^2 \chi = d_9 CS; \Delta_{13}^2 \chi = d_8 CS. \quad (6)$$

Для второго уравнения системы получим:

$$\begin{aligned} \Delta_{1S}^2 \phi &= d_8 AS; \Delta_{3S}^2 W = d_{11} BS; \Delta_D^2 W = d_3 BS; \\ \Delta_P^2 \chi &= d_4 CS; \Delta_{23}^2 \chi = d_9 CS; \Delta_{4S}^2 \chi = d_{12} CS. \quad (7) \end{aligned}$$

Для третьего уравнения системы будем иметь:

$$\begin{aligned} \Delta_{2S}^2 \phi &= d_9 AS; \Delta_{5S}^2 W = d_{10} BS; \Delta_P^2 W = d_4 BS; \\ \Delta_{P1}^2 \chi &= d_5 CS; \Delta_{33}^2 \chi = d_6 CS; \Delta_{P3}^2 \chi = d_7 CS. \quad (8) \end{aligned}$$

В формулах (6-8) величины  $d_i (i=2, \dots, 12)$  равны:

$$\begin{aligned} d_1 &= H_1 \alpha_1^4 + H_2 \alpha_1^2 \alpha_2^2 + H_3 \alpha_2^4; \\ d_2 &= (F_1 \alpha_1^4 + F_4 - 2F_2) \alpha_1^2 \alpha_2^2 + F_3 \alpha_2^4; \\ d_3 &= D_{11} \alpha_1^4 + 2(D_{12} + 2D_{66}) \alpha_1^2 \alpha_2^2 + D_{66} \alpha_2^4; \\ d_4 &= P_{111} \alpha_1^4 + P'_{122} \alpha_1^2 \alpha_2^2 + P_{222} \alpha_2^4; \\ d_5 &= S_{111} \alpha_1^4 + S'_{122} \alpha_1^2 \alpha_2^2 + S_{222} \alpha_2^4; \\ d_6 &= C_{15} \alpha_1^4 + (C'_{15} + C_{25}) \alpha_1^2 \alpha_2^2 + C_{25} \alpha_2^4; \\ d_7 &= P_{13} \alpha_1^2 + P_{23} \alpha_2^2; \\ d_8 &= R_1 \alpha_1^4 + (R_2 + R_3 - R_5) \alpha_1^2 \alpha_2^2 + R_4 \alpha_2^4; \\ d_9 &= I_1 \alpha_1^4 + (I_2 + I_3 - I_5) \alpha_1^2 \alpha_2^2 + I_4 \alpha_2^4; \\ d_{10} &= I'_1 \alpha_1^4 + (I'_2 + I'_3 - I_5) \alpha_1^2 \alpha_2^2 + I'_4 \alpha_2^4; \\ d_{11} &= RK \alpha_1^4 + RK_2 \alpha_1^2 \alpha_2^2 + RK_3 \alpha_2^4; \\ d_{12} &= IK_1 \alpha_1^4 + IK_2 \alpha_1^2 \alpha_2^2 + IK_3 \alpha_2^4; \quad (9) \end{aligned}$$

Теперь можно перейти к решению системы уравнений. Система разрешающих уравнений (3) после подстановки операторов (6)-(8) и сокращения на  $S$  примет вид:

$$\begin{cases} d_2 A + d_8 B - (d_9 - d_1) C = 0; \\ d_8 A + (d_{11} - d_3) B + (d_4 - d_9 - d_{12}) C = q_0; \\ d_9 A + (d_{10} - d_4) B + (d_6 - d_4 - d_7) C = 0, \end{cases} \quad (10)$$

где неизвестными являются величины  $A, B$  и  $C$ .

Для пластины с симметричной структурой по толщине получим:

$$\begin{cases} d_2 A + d_1 C = 0; \\ -d_3 B + d_4 C = q_0; \\ d_4 B + (d_5 - d_6 - d_7) C = 0. \end{cases} \quad (11)$$

Решение систем (10) и (11) относительно искомым  $A$ ,  $B$ ,  $C$  позволяет определить значения функций усилий, прогиба и сдвига в любой точке координатной поверхности пластины.

Напряжения, возникающие в  $k$ -м слое пластины, находятся при помощи выражений (2.5) и (2.17) из [4].

Пусть на верхнюю поверхность пластин действует нагрузка, распределённая по произвольному закону:

$$q = f(x_1, x_2). \quad (12)$$

В таком случае нагрузку представляют в виде двойного тригонометрического ряда [1].

$$f(x_1, x_2) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \sin \alpha_m x_1 \sin \alpha_n x_2; \quad (13)$$

$$\alpha_m = \frac{m\pi}{a}; \quad \alpha_n = \frac{n\pi}{b}. \quad (14)$$

Здесь  $m$  и  $n$  – целые нечётные числа;  $a$  и  $b$  – стороны пластины.

Для определения любого коэффициента  $a_{mn}$  воспользуемся известным соотношением из [1].

$$a_{mn} = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b f(x_1, x_2) \sin \alpha_m x_1 \sin \alpha_n x_2 dx_1 dx_2. \quad (15)$$

Полное выражение для  $\phi$ ,  $W$  и  $\chi$  получим путём суммирования решений от отдельных членов ряда (13):

$$\phi = \frac{-\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \{d_8 [(d_5 - d_6 - d_7) - (d_9 - d_1)(d_{10} - d_4)]\}}{\Delta} \times \sin \alpha_m x_1 \sin \alpha_n x_2,$$

$$W = \frac{-\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \{d_2 [(d_5 - d_6 - d_7) + (d_9 - d_1)d_9]\}}{\Delta} \times \sin \alpha_m x_1 \sin \alpha_n x_2, \quad (16)$$

$$\chi = \frac{-\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} d_2 [(d_{10} - d_4) + d_9 d_8] \sin \alpha_m x_1 \sin \alpha_n x_2}{\Delta},$$

где  $\Delta$  – определитель, составленный из коэффициентов при неизвестных  $A$ ,  $B$ ,  $C$  системы уравнений (10).

В случае равномерно распределенной нагрузки  $f(x_1, x_2) = q_0$ . Из (15) будем иметь:

$$a_{mn} = \frac{4q_0}{ab} \int_0^a \int_0^b \sin \alpha_m x_1 \sin \alpha_n x_2 = \frac{16q_0}{\pi^2 mn}. \quad (17)$$

Подставляя (17) в (16), получим для функций усилий, прогиба и сдвига следующие выражения:

$$\phi = -\frac{16q_0}{\pi^2 mn} \frac{\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \{d_8 [(d_5 - d_6 - d_7) - (d_9 - d_1)(d_{10} - d_4)]\}}{\Delta},$$

$$W = -\frac{16q_0}{\pi^2 mn} \frac{\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \{d_2 [(d_5 - d_6 - d_7) + (d_9 - d_1)d_9]\}}{\Delta}, \quad (18)$$

$$\chi = -\frac{16q_0}{\pi^2 mn} \frac{\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \{d_2 [(d_{10} - d_4) + d_9 d_8]\}}{\Delta},$$

где  $S = \sin \alpha_m x_1 \cdot \sin \alpha_n x_2$ .

Выражения для напряжений определяются из соотношений (2.5) и (2.17) из [4].

Для нагрузки равномерно распределённой по прямоугольной площадке выражения для коэффициентов ряда примут вид:

Имеем:

$$\alpha_{mn} = \frac{16P}{\pi^2 mn \lambda_1 \lambda_2} \sin \alpha_m \xi_1 \sin \alpha_n \xi_2 x \sin \left( \alpha_m \frac{\lambda_1}{2} \right) \cdot \sin \left( \alpha_n \frac{\lambda_2}{2} \right), \quad (19)$$

где  $\lambda_1 \lambda_2$  – размеры прямоугольника, на который действует нагрузка интенсивностью  $q_0$ ;

$P = q_0 \lambda_1 \lambda_2$  – суммарная действующая нагрузка;

$\xi_1, \xi_2$  – координаты центра площадки.

Если положить  $\lambda_1 = a$ ;  $\lambda_2 = b$ ;  $\xi_1 = \frac{a}{2}$ ;  $\xi_2 = \frac{b}{2}$ , то

выражение (19) приводит к случаю, когда нагрузка равномерно распределена по всей поверхности пластины.

Если положим в выражении (19)  $\lambda_1 \rightarrow 0$ ,  $\lambda_2 \rightarrow 0$ , то получим вариант загрузки пластины сосредоточенной силой, приложенной в точке с координатами  $x_1 = \xi_1$ ,  $x_2 = \xi_2$ :

$$a_{mn} = \frac{4P}{ab} \sin \alpha_m \xi_1 \sin \alpha_n \xi_2. \quad (20)$$

В случае когда синусоидальная нагрузка действует на части поверхности пластины, ограниченной прямоугольником со сторонами  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , центр которого задан координатами  $\xi_1$  и  $\xi_2$ , то после интегрирования получим выражение для  $a_{mn}$  в таком виде:

$$a_{mn} = \frac{16q_0 ab \lambda_1 \lambda_2 \sin \alpha_m \xi_1 \sin \alpha_n \xi_2 \cos \alpha_m \frac{\lambda_1}{2} \cos \alpha_n \frac{\lambda_2}{2}}{\pi^2 (m^2 \cdot \lambda_1^2 - a^2)(n^2 \lambda_2^2 - b^2)}. \quad (21)$$

Компоненты НДС пластины в заданных точках  $k$ -го слоя могут быть определены по формулам (2.5), (2.12), (2.16) и (2.17) с учётом соответствующих значений коэффициентов  $a_{mn}$  из [4].

Предлагаемая методика расчета слоистых пластин в уточненной постановке протестирована на ряд задач изгиба однородных и слоистых пластин, решения которых известны в научной литературе.

#### Однородная пластина

Однородную пластину можно представить слоистой, слою которой имеют одинаковые жесткостные характеристики.

Поэтому к расчету однородных пластин можно применить как аналитические методы, так и численную методику. Здесь применен аналитический метод. Была рассмотрена в плане квадратная пластина под синусоидальной нагрузкой, и полученные решения сравнены с точным решением, а также с результатами расчета по классической теории. Результаты представлены в таблице 1.

Сравнение показывает, что полученные результаты для толстой плиты с отношением  $a/H = 3$  отличаются от точных по прогибам на 3,62% и по напряжениям – на 2,8%.

Была также рассмотрена задача изгиба однородной квадратной в плане пластины под действием рав-

номерно-распределенной нагрузки. Полученные результаты сравнены с результатами решения Галеркина Б.Г. (таблица 2). Погрешность для толстой пластины с отношением  $H/a = 0,33$  по напряжениям не превышает 2%, а по прогибам – 0,5%.

Классическая же теория применима к расчету только тонких пластинок: по прогибам – при  $H/a \leq 1/10$ ; по напряжениям – при  $H/a \leq 1/6$ .

Таким образом, полученные результаты подтверждают высокую точность предлагаемой методики при расчетах однородных толстых пластин с относительной толщиной  $H/a \leq 0,33$ .

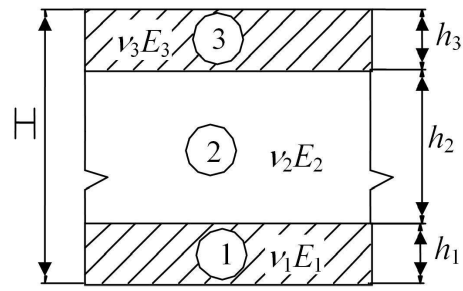
*Изотропная трехслойная квадратная пластина симметричной структуры по толщине*

Исследовались пластины, нагруженные нагрузкой, распределенной по синусоидальному закону. При расчетах использовались соотношения пункта (1) и уравнения (11), при этом варьировались следующие отношения параметров пластины:

- толщина заполнителя к толщине наружного слоя  $h_2/h_1 = 1, 2, 4, 8, 16$ ;
- размер пластины в плане к ее общей толщине  $a/H = 3, 5, 10, 15, 20, 40$ ;
- модуль упругости наружного слоя к модулю упругости заполнителя  $E_1/E_2 = 10, 100, 1000$ .

Структура пластины по толщине приведена на ри-

сунке. Здесь следует принять  $E_1 = E_3, \nu_1 = \nu_3 = 0,3, \nu_2 = 0,4; h_1 = h_3$ .



Структура пластины по толщине

Полученные решения для частного случая при отношении  $h_2/h_1 = 2$  сопоставлены с решениями Л.Э. Брюккера [3]. Это решение можно считать строгим, так как заполнитель рассматривался как трехмерное тело, а для тонких несущих слоев использовались гипотезы Кирхгофа-Лява.

Сравнение показывает, что полученные решения хорошо согласуются практически для всех рассмотренных случаев, за исключением одного (для толстой плиты при отношениях  $E_1/E_2 = 1000$  и  $a/H = 3$ ) (таблица 3). Результаты, приведенные в таблице, относятся к центру пластины.

Таблица 1 – Сравнение решений для однородной квадратной пластины под синусоидальной нагрузкой

a/H	Прогибы $\bar{W} = W_{max} E / 10^3 q_0 H$					Напряжения $\bar{\sigma} = \sigma_{max} / q_0$				
	Точное решение по [2]	Полученное решение по (4.8) из [4]		Техническая теория		Точное решение по [2]	Полученное решение по (4.8) из [4]		Техническая теория	
		$\bar{W}$	$\Delta\%$	$W$	$\Delta\%$		$\bar{\sigma}$	$\Delta\%$	$\sigma$	$\Delta\%$
20	4,54	4,58	1,11	4,894	-1,2	79,31	79,82	0,73	79,03	- 0,4
15	1,45	1,465	1,26	1,418	-2,2	44,74	44,85	0,24	44,46	- 0,6
10	0,294	0,2992	1,72	0,2803	-4,7	20,04	20,2	0,80	19,76	- 1,4
5	0,0209	0,02135	2,01	0,01752	-16,4	5,244	5,32	1,02	4,439	- 5,8
3	0,00349	0,003689	3,62	-	-	2,124	2,05	2,80	-	-

Таблица 2 – Сравнение решений для однородной квадратной пластины под равномерно-распределенной нагрузкой

a/H	Прогибы $\bar{W} = WE / 10^3 qH$			Напряжения $\bar{\sigma} = \sigma / q$		
	Решение Галеркина Б.Г.	Полученное решение по (4.8) из [4]	$\Delta\%$	Решение Галеркина Б.Г.	Полученное решение по (4.8) из [4]	$\Delta\%$
0,25	0,014896	0,014879	0,28	4,629	4,698	1,2
0,33	0,00549	0,00551	0,4	2,72	2,78	1,6

Таблица 3 – Результаты расчета квадратной трехслойной пластины при  $h_2/h_1 = 2$

$Lg \left( \frac{E_1}{E_2} \right)$	$\frac{a}{H}$	Решение Л.Э. Брюккера [3]		Полученные решения							
		$\frac{u_3 E_1}{q_0 H}$	$\frac{\sigma_{11}}{q_0}$	с учетом сдвига и давления слоев				без учета давления слоев			
				$\frac{u_3 E_1}{q_0 H}$	$\Delta\%$	$\frac{\sigma_{11}}{q_0}$	$\Delta\%$	$\frac{u_3 E_1}{q_0 H}$	$\Delta\%$	$\frac{\sigma_{11}}{q_0}$	$\Delta\%$
1	10	425,4	23,88	425,2	0,04	23,97	0,37	428,1	0,63	24,2	1,34
	5	46,96	7,193	47,36	0,85	7,31	1,62	47,20	0,51	7,26	0,93
	4	25,47	5,197	25,31	0,94	5,28	1,59	25,20	1,06	5,26	1,212
	3	12,33	3,664	12,61	2,27	3,79	3,43	11,64	5,59	3,46	5,56
2	10	1298,0	37,78	1299,8	0,138	37,79	0,026	1294	0,30	37,66	0,317
	5	211,2	17,59	212,6	0,66	17,96	2,10	204,1	3,36	17,21	2,16
	4	115,6	14,14	117,1	1,29	14,46	1,55	107,3	7,21	13,17	6,88
	3	52,66	10,87	55,6	5,72	11,45	5,33	-	-	-	-
3	10	5235,0	99,64	5248,2	2,52	99,98	0,34	5144	1,73	97,86	1,78
	5	553,0	39,64	577,30	4,39	41,23	4,11	476,1	13,90	33,81	14,45
	4	273,9	30,4	295,3	7,81	32,28	6,22	-	-	-	-

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. М.: Наука, 1966. 636 с.
2. Власов Б.Ф. Об одном случае изгиба прямоугольной толстой плиты // Механика и математика; Вестн. МГУ. 1957. № 2. С. 35-44
3. Брюккер Л.Э. Некоторые варианты упрощения уравнений изгиба трехслойных пластин. В кн. Расчеты элементов авиационных конструкций. М.: Машиностроение, 1965. Вып.3. С. 74-99.
4. Касимов А.Т. Напряженно-деформированное состояние при изгибе многослойных пластин несимметричной структуры по толщине с учетом поперечного сдвига и давления слоев : Дис... канд. техн. наук / КАЗГАСА. Алматы, 2004. 23 с.

**УДК 624.012**

**НУГУЖИНОВ Ж.С.,  
БОЖЕНОВ А.Ш.**

### Получение аналитической зависимости секущего модуля бетона от момента, поперечного сечения и армирования

Представим выражение для секущего модуля упругости бетона в виде зависимости от модуля упругости бетона и от величины действующего момента

$$E_c(k_{E_c}, E_b, k, M) = k_{E_c}(S, d, M) \cdot E_b - k(\mu, S) \cdot M \cdot 10^6, \quad (1)$$

где  $k_E(S, d, M)$  и  $k(\mu, S)$  – выражения, зависящие от площади поперечного сечения, диаметра арматуры, процента армирования, требующие своего определения.

Были просчитаны железобетонные балки сечениями 15×30 и 20×30 см по деформационной модели [1] на основе криволинейной диаграммы, описываемой сложной функцией [2,3] при  $\mu > 1,5$ , и путем математической обработки данных [4] получены выражения для  $k_{E_c}$ , отвечающие допускаемой погрешности для напряжений в зависимости от диаметра арматуры, выраженные через внешний момент (таблица 1).

Таблица 1 – Значения коэффициента  $k_{E_c}$  для сечения 15×30 см

Диаметр (мм)	Зависимость
22	$K_{E_c} = 6.061 \cdot 10^{-3} M + 0.93$
25	$K_{E_c} = 5.639 \cdot 10^{-3} M + 0.937$
28	$K_{E_c} = 7.784 \cdot 10^{-3} M + 0.891$
32	$K_{E_c} = 9.821 \cdot 10^{-3} M + 0.897$
36	$K_{E_c} = 7.443 \cdot 10^{-3} M + 0.911$
40	$K_{E_c} = 7.328 \cdot 10^{-3} M + 0.911$

Свяжем коэффициенты при моменте  $M$  с диаметром арматуры линейным законом

$$y = ax + b. \quad (2)$$

Вносим в компьютер в качестве первого массива значения диаметров арматуры, в качестве второго массива – значения числовых коэффициентов при внешнем моменте  $M$ .

После математической обработки получим выражение для  $k_{E_c}$  в виде

$$k_{E_c}(M, d) = (1.006 \cdot 10^{-4} \cdot d + 4.277) M \cdot 10^6 + 0.903. \quad (3)$$

Аналогичные выражения были получены для се-

чений 20×20 и 20×30 см. Полученные выражения можно объединить формулой вида:

$$k_{E_c}(M, d) = (a_1 \cdot d + a_2) M + a_3. \quad (4)$$

Свяжем коэффициенты  $a_1, a_2, a_3$  с площадью поперечного сечения линейным законом (2). Для математической обработки следует задать: массив 1 – значения коэффициентов при  $d$ , массив 2 – значения сечений. В результате получим следующие зависимости для коэффициентов:

$$\begin{aligned} a_1 &= -6.707 \cdot 10^{-7} \cdot S + 4.024 \cdot 10^{-4}, \\ a_2 &= -2.851 \cdot 10^{-5} \cdot S + 0.017, \\ a_3 &= 1.133 \cdot 10^{-4} \cdot S + 0.852. \end{aligned} \quad (5)$$

Подставляя (5) в формулу (4), получаем выражение для коэффициента  $k_{E_c}$ :

$$k_{E_c}(S, d, M) = \left( \begin{aligned} &(-6.707 \cdot 10^{-7} \cdot S + 4.024 \cdot 10^{-4}) d - \\ &2.851 \cdot 10^{-5} \cdot S + 0.017 \end{aligned} \right) \times \quad (6)$$

$$\times M \cdot 10^6 + 1.133 \cdot 10^{-4} \cdot S + 0.852.$$

Для получения зависимости  $E_c$  от физических параметров, были составлены для каждого сечения и отдельно для каждого  $\mu$  (принятого процента армирования) законы изменения  $E_c$  в зависимости от внешнего момента. В качестве примера приведены эти зависимости для прямоугольного сечения 20х30 см на рисунке 1, а также в таблице 2.

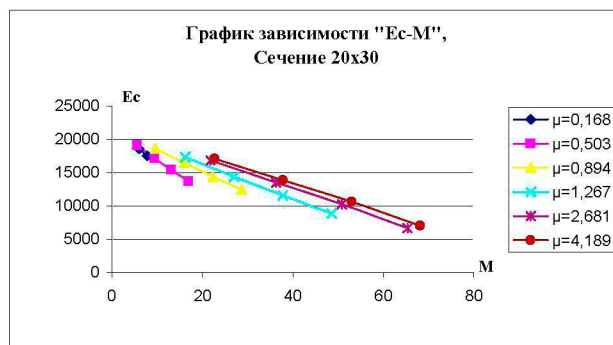


Рисунок 1 – График зависимости секущего модуля упругости бетона при сжатии от величины внешнего изгибающего момента