

УДК 622.647.001.5

Омаров Казбек Алтынсарович – д.т.н., профессор (Алматы, КазНТУ им. К.И.Сатпаева)

Бейсенова Айнаш Сергазовна – д.т.н., профессор (КУ «Алатау»)

Сыздыкбаева Жанна Сарыбаевна – соискатель (КУ «Алатау»)

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КАНАТОВ С ПОДДЕРЖИВАЮЩИМИ ШКИВАМИ РОЛИКООПОР МНОГОКОНТУРНОГО ЛЕНТОЧНО-КАНАТНОГО КОНВЕЙЕРА

Исследование взаимодействия канатов с поддерживающими шкивами роlikоопор с точки зрения обеспечения нормальной работы конвейера является актуальной задачей.

Идеально гибкая и идеально упругая нить конечной длины L_k лежит на поддерживающих роликах. Обозначим длину отрезка нити в начальный момент – \mathcal{E} . За положительное направление отсчета дуг принимаем направление от точки A к точке B . Натяжение нити при $t=0$ определяем функцией $P_0(\mathcal{E})$, $0 \leq \mathcal{E} \leq L$, α - угол наклона нити, $\rho(\mathcal{E})$ – масса единицы длины. Принимаем, что на единицу длины нити действует внешняя вертикальная нагрузка q_e . Длина нити $L_{p.on}$, расположенная в пролете между двумя поддерживающими роликами, зависит от усилия натяжения. При малых углах α :

$$L_{пр.н} = L_{p.on} + q^2 L_{p.on}^3 / 24P^2, \quad (1)$$

где $L_{p.on}$ – расстояние между осями поддерживающих роликов; $L_{пр.н}$ – длина провисающей в пролете нити; $P(Z, t)$ – натяжение нити; Z – координата точки после деформации нити.

При увеличении натяжения до $P_0(\mathcal{E}) + P_1(\mathcal{E}, t)$ точка с координатной длиной \mathcal{E} сместится на величину $Y_k(\mathcal{E}, t)$, а точка с координатой длиной $\mathcal{E} + \alpha\mathcal{E}$ на величину $Y_k(\mathcal{E}, t) + Y_{к\mathcal{E}}\alpha\mathcal{E}$. Здесь, как и далее, производные обозначаются индексом $\partial Y_k / \partial \mathcal{E} = Y_{к\mathcal{E}}$, за исключением производных по времени, которые обозначаются точкой $\partial Y_k / \partial t = \dot{Y}_k$. Относительное перемещение $Y_{к\mathcal{E}}$ складывается из упругой деформации нити при увеличении натяжения с P_c до $P_0 + P_1$ и перемещения точек нити за счет изменения ее длины в пролете при изменении натяжения. Среднее для пролета $L_{p.on}$ относительное перемещение

$$Y_{к\mathcal{E}} = \left\{ (P_1 / \mathcal{E}_k) + [L_{пр.н}(P_0) - L_{пр.н}(P_0 + P_1)] / L_{пр.н}(P_0) \right\} \quad (2)$$

или подставляя приведенное выше выражение для длины нити в пролете получим

$$Y_{к\mathcal{E}} = \left\{ (P_1 / \mathcal{E}_k) + (q^2 L_{p.on}^2 / 24) \left[(1 / P_0^2) - 1 / (P_0 + P_1)^2 \right] \right\} = P_1 / \mathcal{E}_{к.пр}, \quad (3)$$

где \mathcal{E}_k – модуль упругости нити, H / M^2 ; $\mathcal{E}_{к.пр}$ – приведенный модуль упругости нити, H / M^2 .

Как известно, функция $E_{k,np} [1,2]$ практически не зависит от динамического натяжения P_1 и только при стремлении общего натяжения нити к нулю $E_{k,np} \rightarrow 0$. Очевидно, что для рационального спроектированного многоконтурного канатно-ленточного конвейера, натяжение канатов не должно падать до нуля ни в одной точке, поэтому такой случай не следует рассматривать.

Обычно $P_0 \gg P_1$ во всех точках нити и в этом случае

$$E_{kn} \approx \left[(1/E_k) + (q^2 l^2 / 12 P_0^3) \right]^{-1} \quad (4)$$

Статическое натяжение тягового каната длиной 34мм равно 30,87...82,3 кН. Для таких натяжений $E_{kn} = (36...51,45) \cdot 10^6 H$, что значительно отличается от обычно принимаемого в расчетах модуля упругости $E_k = 60,7 \cdot 10^6 H$. Статическое напряжение переменено вдоль трассы многоконтурного канатно-ленточного конвейера, следовательно, в общем случае, приведенный модуль упругости нити является функцией координаты \mathcal{E} . Вместо реальной нити, лежащей на конечном числе шкивов роликоопор и провисающий в пролетах между ними, будем рассматривать ее модель. Нить, являющаяся моделью, лежит на наклонной шероховатой плоскости и может скользить вдоль нее. Нагрузки, сосредоточенные на шкиве, считаем равномерно распределенными по соседнему пролету между шкивами. При движении такой модели нити по шероховатой плоскости на нее действует сила трения. Коэффициент трения сцепления $f_{сц}$ равен коэффициенту сопротивления движению нити по поддерживающему шкиву. Считаем, что $f_{сц}$ не зависит от действующей нагрузки и скорости, то есть трение подчиняется закону Кулона. Модуль упругости такой модели нити уже определяется не законом Гука, а формулой (3) и зависит от натяжения. В связи с тем, что для реальных конвейеров стрелы провеса каната между роликами невелики, а число пролетов, как правило, более 100, то движение такой модели достаточно точно будет отражать условия движения каната реального многоконтурного канатно-ленточного конвейера. Далее модель будем именовать просто «нить». При растяжении нити силой $P_0(\mathcal{E}) + P_1(\mathcal{E}, t)$ отрезок длиной $\Delta \mathcal{E}$ удлинится до величины ΔZ . Согласно (2) между натяжением и деформацией имеется соотношение

$$P_1 = E_{kn} \left[(\partial Z - \partial \mathcal{E}) / \partial \mathcal{E} \right] = Y_{\mathcal{E}} \cdot E_{kn} \quad (5)$$

Причем, если $P_1 + P_0 \geq 20580 H$, то E_{kn} практически не зависит от динамического натяжения P_1 . Перемещение точки нити относительно своего начального положения

$$Y(\mathcal{E}, t) = Y(0, t) + Z - \mathcal{E}$$

В проекции на касательную к нити на ее единицу длины действует составляющая силы веса q , инерционные нагрузки и сила трения $\beta f_{сц} \cos \beta$. Если скорость точки отлична от нуля $[\dot{Y}(\mathcal{E}) \neq 0]$, то $\beta = \text{sign } n(\dot{Y})$, где

$$\text{sign } x = \begin{cases} 1 \text{ при } x > 0 \\ -1 \text{ при } x < 0 \end{cases}$$

Определение силы значительно усложняется, если точка неподвижна. Трение является пассивной силой и может изменяться с изменением натяжения нити, достигая своего предельного значения в момент трогания.

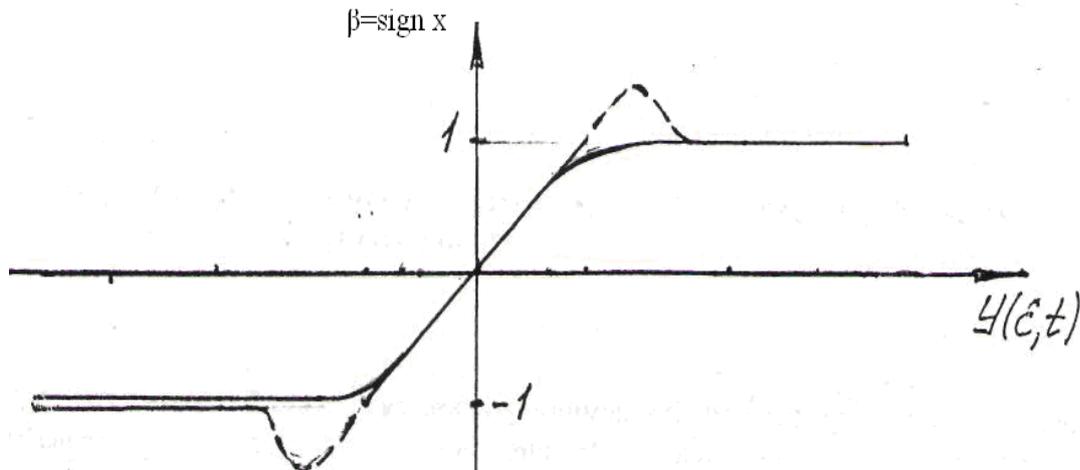


Рисунок 1– Изменение силы трения

$\beta(\varepsilon)$ не терпит разрыва, она определяется смещением в момент трогания данного сечения. В неподвижной нити величина и направление действия силы трения определяется характером ее остановки. Это особенно существенно для длинной нити, движущейся по сложной трассе, когда в момент остановки различные ее участки могут двигаться в разные стороны под действием силы веса, инерции и изменившихся натяжений ее концов. В общем случае, для покоящейся нити коэффициент β_0 является функцией дуги ε , причем $-1 \leq \beta_0 \leq 1$. Так как мы не учитываем зависимости коэффициента трения от скорости, то приходится предположить, что в момент трогания данной точки нити функция $\beta(\varepsilon)$ терпит разрыв, равняясь $\beta(\varepsilon)$ с одной стороны точки и $\text{sign}(\dot{y}) = \pm 1$ с другой. Напишем уравнение движения элементарного отрезка нити

$$\partial P / \partial Z = P \cdot \ddot{y} - q \sin \alpha + \beta \cdot f_{cy} \cdot q \cos \alpha \quad (6)$$

Уравнение записано в перемещениях Лагранжа и определяет перемещение и натяжение для фиксированной точки нити, которая при $t=0$ имела координату ε . Чтобы определить скорость и натяжение нити в точке пространства, например, в точке набегания нити на привод, необходимо перейти к переменным Эйлера, то есть выразить эти функции через независимую переменную x , $x = y(\varepsilon, t) + \varepsilon$, откуда можно найти $\varepsilon(x, t)$ и подставить в (6). Вывод уравнения (6) не учитывает рассеивание энергии при деформациях нити, которое приводит к постепенному затуханию динамических колебаний, если возмущающая сила перестает действовать на нить.

Указанная неточность вызвана значительными трудностями, возникающими при аналитическом решении уравнения (6) с учетом затухания. С другой стороны решения, полученные на моделях ПЭВМ показывают, что учет рассеивания энергии уменьшает действующие динамические нагрузки на 12...16%, если рассматривать только первые (амплитуды) гармоники колебаний. Заменим в уравнении (6) натяжение $P = P_0 + P_1$ через перемещение, уравнение (4). Считая, что отношение линейных масс растянутой и перетянутой нитей мало отличается от единицы и обозначая

$$a^2 = E_{kn} / \rho_0 \quad (7)$$

получим

$$\frac{\partial}{\partial Z} \left(a^2 \frac{\partial Y}{\partial Z} \right) - \ddot{Y} = \frac{q}{p_0} (\beta - \beta_0) f \cos \alpha \dots \quad (8)$$

Перемещение $Y(z,t)$ в начальный момент равно нулю для всех точек нити.

Полученное волновое уравнение является нелинейным и неоднородным, так как его правая часть

$$F(Z, \dot{Y}) = (q / p_0) (\beta - \beta_0) f \cos \alpha$$

в общем случае, отлична от нуля и зависит от скорости \dot{Y} . Кроме того, оно зависит от переменной скорости распространения упругой волны вдоль нити, так как $\partial a / \partial z \neq 0$

Натяжение каната на хвостовом шкиве наклонного многоконтурного канатно-ленточного конвейера в 3...4 раза меньше, чем в точке набегания на приводной шкив, но обычно не менее 15,4...20,6 кН. При таких соотношениях нагрузок скорость распространения упругой волны меняется более, чем вдвое, вдоль трассы многоконтурного канатно-ленточного конвейера. Вместе с тем, при натяжениях, превышающих 41,2 кН, скорость распространения упругой волны практически не зависит от натяжения, то есть на 79% длины конвейера она остается приблизительно постоянной.

Отсутствует методика общего решения уравнения (8), дающая достаточно простое для практических целей соотношение между скоростью нити и ее натяжением. Приближенное решение может быть получено в конечных разностях. Для установления характера движения нити при наличии трения следует принять, что скорость распространения упругой волны постоянна вдоль нити $\partial a / \partial z = 0$ и равна некоторой средней ее величине. При этом допущении уравнение (8) имеет постоянные коэффициенты

$$a^2 (\partial^2 y / \partial z^2) - \ddot{Y} = F(z, Y), \quad (9)$$

где

$$F = \begin{cases} (q / p_0) (\text{sign } \dot{y} - \beta_0) f \cos \alpha, & \dot{y} \neq 0 \\ 0, & \dot{y} = 0 \end{cases}$$

Следует отметить, что здесь можно решать без разрыва β , хотя учитывается разрыв.

Выводы. Относительное перемещение складывается из упругой деформации нити и перемещения точек нити за счет изменения ее длины в пролете при изменении натяжения. В неподвижной нити величина и направление действия силы трения определяется характером ее остановки. Для установления характера движения нити при наличии трения принимается, что скорость распространения упругой волны постоянна вдоль нити и равна некоторой средней ее величине.

ЛИТЕРАТУРА

1. Омаров К.А., Джиенкулов З.С., Идрисов Д.М. Теория и расчет многоконтурного канатно-ленточного конвейера – Алматы: Изд.Эверо, 2009. -112с.
2. Динник А.Н. Приближенная формула для модуля упругости проволочных канатов // -М., Вестник инженеров и техников, 1987, №11- С.17-23.