

видеосъемок экспериментальных объектов на каждом этапе испытаний можно сделать следующие прогнозы о состояниях перегородок и ограждающих стен при разных величинах междуэтажных перекосов:

*при перекосах этажей примерно  $1/400h$*  (где  $h$  – высота этажа). Кладка перегородок и стен, имеющих податливые соединения с несущими конструкциями каркаса, будет иметь незначительные повреждения;

*при перекосах этажей примерно  $1/200h$*  (меньше ширины вертикальных зазоров между ненесущими и несущими конструкциями). Стены и перегородки будут иметь незначительные повреждения; штукатурка вертикальных зазоров между ненесущими стеновыми конструкциями и несущими конструкциями каркаса частично или полностью выкрошится;

*при перекосах этажей примерно  $1/100h$*  (больше ширины вертикальных зазоров между ненесущими и несущими конструкциями). Кладка перегородок и стен получит умеренные повреждения; в стенах из газобетонных блоков могут наблюдаться сколы вертикальных граней;

*при перекосах этажей примерно  $1/50h$*  (значительно больше ширины вертикальных зазоров между ненесущими и несущими конструкциями). Все перегородки получат тяжелые повреждения.

#### **Выводы**

1. Проведенные экспериментальные исследования в целом подтвердили эффективность и антисейсмическую надежность принятых проектных решений перегородок и ограждающих стен, имеющих соединения, обеспечивающие их раздельную работу с несущими конструкциями каркаса.

Наряду с этим, стальные пластины, фиксирующие стойки ограждающих стен к ригелям, рекомендуется заменить на элементы углового профиля.

2. При применении в гибких конструктивных системах перегородок и стен из каменной кладки следует учитывать, что даже при относительно небольших горизонтальных деформациях каркасов в вертикальных и горизонтальных зазорах будут возникать хорошо видимые трещины и сколы штукатурки.

#### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Тулеев Т.Д., Алдахов С.Д., Шокбаров Е.М. Повреждения зданий школ в селах Кызылшарва и Акбулак по результатам последствий Луговского землетрясения // Сб. тез. докл. межд. конф. молодых специалистов «Современное сейсмостойкое строительство» Алматы, КазНИИССА, 2004, с. 75-77.

2. Газлиское землетрясение 1984 г. Инженерный анализ последствий. М., Наука, 1988, 156, с.15-26.

3. Медведев С.В., Шпонхойер Г., Карник В. «MSK-64. Международная шкала интенсивности землетрясения». Москва, 1964.

**УДК 531+539.376**

**Омиржанова Жадыра Мырзабековна – соискатель (Алматы, КазНПУ)**

### **ОЦЕНКА ВИБРАЦИИ УПРУГОЙ КОНСТРУКЦИИ НА ОПОРАХ КАЧЕНИЯ СО СПРЯМЛЕННЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ**

Оценка вибрации упругой конструкции на опорах качения со спрямленными поверхностями является весьма перспективной для снижения сейсмической нагрузки, действующей на здания в условиях землетрясения. Существует большое количество подобных устройств, применение которых основано на известных принципах пассивной

виброизоляции объектов, подверженных вибрационным воздействиям, что классифицировано в работах [1-2]. Автором настоящей работы рассматривается задача об оценке вибрации упругой конструкции на опорах качения со спрямленными поверхностями при воздействии вертикальной составляющей сейсмических возмущений с учетом трений качения на релаксирующих грунтах. На рисунке 1 показана модель кинематического фундамента, в которой опора качения ограничена снизу и сверху поверхностями, описанными уравнениями

$$y_1 = a_1 x_1^n \text{ и } y_2 = a_2 x_2^m .$$

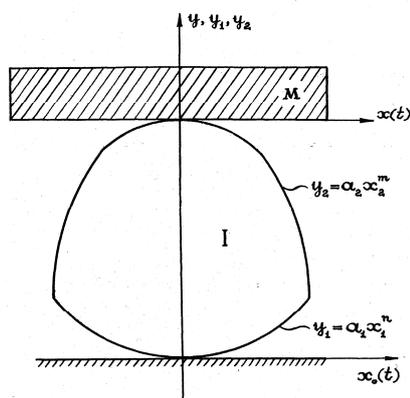


Рисунок 1 - Модель кинематического фундамента

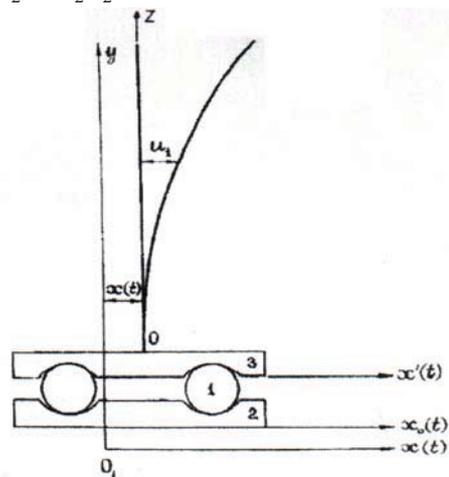


Рисунок 2 - Стержневая конструкция опирающаяся на подвижное основание

Горизонтальное смещение нижнего и верхнего оснований кинематического фундамента обозначим соответственно  $x_0(t)$  и  $x(t)$ . Рассмотрим плоские колебания стержневой конструкции, опирающейся на подвижное основание с опорами качения (рисунок 2).

Уравнения движения виброзащищаемого тела (тело 3, рисунок 2) на опорах качения, ограниченных параболой высокого порядка, с учетом трения качения на релаксирующих грунтах при вертикальном возмущении могут быть представлены в виде [3]:

$$\ddot{x} + \varepsilon \frac{d\Phi(x)}{dt} + \left(1 + \frac{\ddot{y}_0}{g}\right) [\Phi(x) - \omega_0^2 x] = 0, \quad (1)$$

где

$$\Phi(x) = \omega_0^2 N_n x^{\frac{1}{n-1}}; \quad N_n = \frac{1}{(nH)^{\frac{1}{n-1}}} \left[ \frac{1}{a_1^{\frac{1}{n-1}}} + \frac{1}{a_2^{\frac{1}{n-1}}} \right]; \quad \omega_0^2 = \frac{g}{H}, \quad (2)$$

где  $\varepsilon$  – коэффициент затухания (период релаксации грунта),  $g$  – ускорение свободного падения,  $H$  – высота опоры,  $y_0(t)$  – вертикальное смещение нижнего основания.

Горизонтальное смещение точки виброзащищаемого тела относительно неподвижных систем координат  $xO_1y$  выражается функцией  $u(z,t)$ , а относительно подвижных систем координат  $xOz$ , связанных с верхним основанием -  $u_1(z,t)$ .

Горизонтальное смещение каждой точки виброзащищаемого тела относительно неподвижных систем координат выражается в виде

$$u(z, t) = x(t) + u_1(z, t). \quad (3)$$

При вертикальном смещении оснований, в сечениях стержня действует продольная сила  $m\ddot{y}_0(t)$ . Пренебрегая продольными колебаниями, получим уравнения изгибных колебаний стержня постоянного сечения, закрепленного на верхнем основании кинематического фундамента

$$m \frac{\partial^2 u_1(z, t)}{\partial t^2} + EJ \frac{\partial^4 u_1(z, t)}{\partial z^4} + m\ddot{y}_0(t) \frac{\partial^2 u_1(z, t)}{\partial z^2} = -m\ddot{x}(t), \quad (4)$$

где  $EJ$  – жесткость при изгибе,  $m$  – погонная масса стержня. Рассмотрим колебания тела при гармоническом вертикальном смещении нижнего основания

$$y_0(t) = B \sin 2pt. \quad (5)$$

Подставив (5) в уравнения движения (1) и (4), получим нелинейные дифференциальные уравнения с переменными коэффициентами:

$$\ddot{x} + \varepsilon \frac{d\Phi(x)}{dt} + (1 - 4\lambda p^2 \sin 2pt)[\Phi(x) - \omega_0^2 x] = 0, \quad (6)$$

$$m \frac{\partial^2 u_1(z, t)}{\partial t^2} + EJ \frac{\partial^4 u_1(z, t)}{\partial z^4} - 4mBp^2 \sin 2pt \frac{\partial^2 u_1(z, t)}{\partial z^2} = -m\ddot{x}(t), \quad (7)$$

где  $\lambda = \frac{B}{g}$  – коэффициент параметрического возбуждения [4].

Предполагая, что для случая гармонического колебания, в котором составляющая основной частоты, имеющая период  $2\pi/p$ , преобладает над более высшими гармониками, периодическое решение и нелинейный член уравнения (6) можно приближенно представить в виде

$$\begin{aligned} x &= a \sin pt + b \cos pt, \\ \Phi(x) &= D \sin pt + E \cos pt, \end{aligned} \quad (8)$$

где коэффициенты нелинейного члена определяются методом коллакации и имеют вид:

$$\begin{aligned} D &= \omega_0^2 N_n K_1 \frac{a}{(a^2 + b^2)^{\frac{n-2}{2(n-1)}}}; \quad E = \omega_0^2 N_n K_1 \frac{b}{(a^2 + b^2)^{\frac{n-2}{2(n-1)}}}; \\ K_1 &= \frac{1}{3} \left[ \frac{1}{2^{\frac{1}{n-1}}} + \sqrt{3} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^{\frac{1}{n-1}} + 1 \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Рассмотрим установившиеся колебания, когда  $a$  и  $b$  постоянны. Подставляя (8) и (9) в (6) и приравнявая к нулю отдельно коэффициенты при членах, содержащих  $\sin pt$  и  $\cos pt$ , получим

$$\begin{aligned}(\omega^2 - p^2)b + \varepsilon Wpa &= 2\lambda p^2 \omega^2 a, \\ (\omega^2 - p^2)a + \varepsilon Wpb &= 2\lambda p^2 \omega^2 b,\end{aligned}\tag{10}$$

где

$$\omega^2 = \frac{\omega_0^2 N_n K_1}{A^{\frac{n-2}{n-1}}} - \omega_0^2, \quad W = \frac{\omega_0^2 N_n K_1}{A^{\frac{n-2}{n-1}}}, \quad A = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Из решений систем уравнений (10), будет тривиальным  $A = 0$ , а нетривиальное решение  $A$  имеет вид:

$$A = \left\{ \frac{\alpha_0^2 K_1 (1 + \varepsilon^2 p^2 - 4\lambda^2 p^4)}{\alpha_0^2 (1 + \varepsilon^2 p^2 - 4\lambda^2 p^4) + (1 - \varepsilon^2 \alpha_0^2) p^2 \pm \sqrt{(1 - \varepsilon^2 \alpha_0^2)^2 p^4 - p^2 (p^2 + \varepsilon^2 \alpha_0^4) (1 + \varepsilon^2 p^2 - 4\lambda^2 p^4)}} \right\}^{\frac{n-1}{n-2}},\tag{11}$$

а угол сдвига фазы  $\beta$  определяется уравнением

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{b}{a} = \frac{2\lambda^2 p^2 \omega^2 - \varepsilon Wp}{\omega^2 - p^2}.\tag{12}$$

Из систем уравнения (10) следует, что при нулевых начальных условиях амплитуда колебаний равна нулю при любом  $t$ . При ненулевых начальных условиях система совершает колебательное движение.

Когда стержень колеблется в поперечном направлении по одной из форм собственных колебаний, его прогибы в произвольной точке будут изменяться во времени по гармоническому закону

$$u_1 = \varphi(z) \sin(pt + \beta).\tag{13}$$

Подставляя (13) в (7) и приравнявая к нулю поотдельности коэффициенты при членах, содержащих  $\sin pt$  и  $\cos pt$ , получаем:

$$\begin{aligned}(mp^2 \varphi(z) - EI \varphi^{IV}(z) + mAp^2) \cos \beta &= 2mBp^2 \varphi^{II}(z) \sin \beta; \\ (mp^2 \varphi(z) - EI \varphi^{IV}(z) + mAp^2) \sin \beta &= 2mBp^2 \varphi^{II}(z) \cos \beta,\end{aligned}$$

откуда имеем:

$$mp^2 \varphi(z) - EI \varphi^{IV}(z) + mAp^2 = 2mBp^2 \varphi^{II}(z).\tag{14}$$

Положив

$$\varphi(z) = \psi(z) - A\tag{15}$$

приведем уравнение (15) к виду:

$$\psi^{IV}(z) + 2 \frac{mBp^2}{EI} \psi^{II}(z) - \frac{mp^2}{EI} \psi(z) = 0.\tag{16}$$

Общее решение уравнения (16) может быть записано в следующей форме:

$$\psi(z) = C_1 \sin \gamma_1 z + C_2 \sin \gamma_1 z + C_3 \operatorname{sh} \gamma_2 z + C_4 \operatorname{ch} \gamma_2 z,\tag{17}$$

где

$$\begin{aligned}\gamma_1 &= \sqrt{B\omega^4 + \sqrt{B^2 \omega^8 + \omega^4}}, \\ \gamma_2 &= \sqrt{-B\omega^4 + \sqrt{B^2 \omega^8 + \omega^4}},\end{aligned}\tag{18}$$

и имеет место следующее соотношение

$$\gamma_2^2 \gamma_1^2 = \omega^4, \quad \gamma_1^2 - \gamma_2^2 = 2B\omega^4. \quad (19)$$

Для стержня жестко закрепленного концом  $z = 0$  и свободного на конце  $z = l$  краевые условия:

$$\psi(0) = A, \quad \psi^i(0) = 0; \quad \psi^{ii}(l) = 0; \quad EJ\psi^{iii}(l) + 2mBp^2\psi^i(l) = 0.$$

Интеграл уравнения (10), удовлетворяющий условиям на конце  $z = 0$  будет иметь вид

$$\psi(z) = C_1 \left( \sin \gamma_1 z - \frac{\gamma_1}{\gamma_2} sh \gamma_2 z \right) + C_{21} (\cos \gamma_1 z - ch \gamma_2 z) + Ach \gamma_2 z. \quad (20)$$

Условия на конце  $z = l$  выражаются уравнениями:

$$\begin{aligned} C_1 \gamma_1 \tilde{T}(l) + C_2 \tilde{S}(l) &= A \gamma_2^2 ch \gamma_2 l, \\ C_1 \gamma_1 \{ \tilde{S}(l) + (\gamma_1^2 - \gamma_2^2) \tilde{U}(l) \} + C_2 \{ \tilde{V}(l) + (\gamma_1^2 - \gamma_2^2) \tilde{T}(l) \} &= \gamma_1^2 \gamma_2 Ash \gamma_2 l, \end{aligned} \quad (21)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{S}(l) &= \gamma_1^2 \cos \gamma_1 l + \gamma_2^2 ch \gamma_2 l; \quad \tilde{T}(l) = \gamma_1 \sin \gamma_1 l + \gamma_2 sh \gamma_2 l; \\ \tilde{U}(l) &= ch \gamma_2 l - \cos \gamma_1 l; \quad \tilde{V}(l) = \gamma_2^3 sh \gamma_2 l - \gamma_1^3 \sin \gamma_1 l. \end{aligned}$$

Из уравнений (21) находим:

$$\begin{aligned} C_1 &= A \frac{\gamma_2^2 [\tilde{V}(l) + (\gamma_1^2 - \gamma_2^2) \tilde{T}(l)] ch \gamma_2 l - \gamma_1^2 \gamma_2 \tilde{S}(l) sh \gamma_2 l}{\gamma_1 (\gamma_1^2 - \gamma_2^2) [\tilde{T}^2(l) - \tilde{S}(l) \tilde{U}(l)] - \gamma_1 [\tilde{S}^2(l) - \tilde{T}(l) \tilde{V}(l)]}; \\ C_2 &= A \frac{\gamma_2^2 \gamma_2 \tilde{T}(l) sh \gamma_2 l - \gamma_1 \gamma_2^2 [\tilde{S}(l) - (\gamma_1^2 - \gamma_2^2) \tilde{U}(l)] ch \gamma_2 l}{\gamma_1 (\gamma_1^2 - \gamma_2^2) [\tilde{T}^2(l) - \tilde{S}(l) \tilde{U}(l)] - \gamma_1 [\tilde{S}^2(l) - \tilde{T}(l) \tilde{V}(l)]}. \end{aligned}$$

Форма параметрических изгибных колебаний стержня, обусловленных вертикальным движением основания, имеет вид:

$$\varphi(z) = A \left\{ F \left( \sin \gamma_1 z - \frac{\gamma_1}{\gamma_2} sh \gamma_2 z \right) + G (\cos \gamma_1 z - ch \gamma_2 z) + ch \gamma_2 z - 1 \right\}, \quad (22)$$

где

$$\begin{aligned} F &= \frac{\gamma_2^2 [\tilde{V}(l) + (\gamma_1^2 - \gamma_2^2) \tilde{T}(l)] ch \gamma_2 l - \gamma_1^2 \gamma_2 \tilde{S}(l) sh \gamma_2 l}{\gamma_1 (\gamma_1^2 - \gamma_2^2) [\tilde{T}^2(l) - \tilde{S}(l) \tilde{U}(l)] - \gamma_1 [\tilde{S}^2(l) - \tilde{T}(l) \tilde{V}(l)]}, \\ G &= \frac{\gamma_2^2 \gamma_2 \tilde{T}(l) sh \gamma_2 l - \gamma_1 \gamma_2^2 [\tilde{S}(l) - (\gamma_1^2 - \gamma_2^2) \tilde{U}(l)] ch \gamma_2 l}{\gamma_1 (\gamma_1^2 - \gamma_2^2) [\tilde{T}^2(l) - \tilde{S}(l) \tilde{U}(l)] - \gamma_1 [\tilde{S}^2(l) - \tilde{T}(l) \tilde{V}(l)]}. \end{aligned}$$

Когда же

$$\gamma_1 (\gamma_1^2 - \gamma_2^2) [\tilde{T}^2(l) - \tilde{S}(l) \tilde{U}(l)] - \gamma_1 [\tilde{S}^2(l) - \tilde{T}(l) \tilde{V}(l)] = 0, \quad (23)$$

то частота возмущающей силы совпадает с одной из частот свободных колебаний стержня: в этом случае имеет место явление резонанса.

Корни уравнения (23) обозначим через  $\alpha_k$ , тогда собственные частоты виброзащищаемого тела (стержня) на основе формулы (18) примет вид:

$$P_{1K} = \Omega_K \sqrt{\frac{1}{1 + 2\beta \frac{\alpha_K^2}{l^2}}}, \quad P_{2K} = \Omega_K \sqrt{\frac{1}{1 - 2\beta \frac{\alpha_K^2}{l^2}}},$$

где  $\Omega_K = \frac{\alpha_K^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{m}}$ ,  $\Omega_K$  – собственные частоты стержня без учета продольной силы.

$P_{1K}$  – частота стержня при подъеме основания. Таким образом, при подъеме стержня его частота уменьшается, а при спускании – частота стержня увеличивается. При  $\beta = \frac{l^2}{2\alpha_K^2}$

колебания собственной частоты обращаются в бесконечность.

### **Выводы**

Таким образом, получены оценка вибрации однородной упругой конструкции на опорах качения ограниченных поверхностями вращения высокого порядка при воздействии на них вертикальной сейсмической нагрузки с учетом трения качения на релаксирующих грунтах и уравнения движения системы. Исследованы стационарные и переходные режимы колебательного процесса системы, а также определен критерий его устойчивости.

Задача об оценке вибрации однородной упругой конструкции на опорах качения ограниченных поверхностями вращения высокого порядка при воздействии вертикальной сейсмической нагрузки с учетом трения качения на релаксирующих грунтах актуальна при создании средств виброзащиты, использующих опоры качения при перевозке в транспортной технике и сейсмозащите сооружений.

### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Поляков С.В. Современное состояние и основные направления новых исследований в области сейсмического строительства //М., Строительная механика и расчет сооружений, 1975, №4, с.21-40.
2. Зеленский Г.А., Шевляков Ю.А. Сейсмоизоляция зданий //М., Основания, фундаменты и механика грунтов, 1976, №4, с.19-21.
3. Бисембаев К. Параметрические колебания тела на опорах со спрямленными поверхностями, при наличии трения качения на релаксирующих грунтах //II Ержановские чтения., Материалы международной научной конференции. Актобе, 2007, с. 50-54.
4. Филиппов А.П. Колебания механических систем. Киев, Наукова думка, 1965, 186 с.

## ***АВТОМАТИКА, ТЕЛЕМЕХАНИКА, СВЯЗЬ, ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКА, ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ***

**УДК 621.658.011.541.011.56**

**Еренчинов Данияр Кагазбекович – к.т.н. (Алматы АО «ДАСУ»)**

### **АНАЛИЗ УСТРОЙСТВ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА ПОВЕРХНОСТИ ИЗДЕЛИЙ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ ОПТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ**