түйіспесінің күрделі жүйесіз қондыру мүмкін емес, сондықтан да осьтерді санау жүйесі тиімді [2].

**Қорытынды**

Жалпы әлемдік көлемде қолданысқа енген осьтерді санау жүйесінің датчиктерін кең көлемде еліміздің темір жол автоматикасы және телемеханикасына енгізу барысында көптеген экономикалық артықшылықтарын көре аламыз.

ӘДЕБИЕТ


1. Экспресс – информация: Железнодорожный транспорт за рубежом; М., Вып. 2-3, 1999 г.
2. Зыков В.Н. Применение аппаратуры счета осей Az350 фирмы “SIEMENS” в проектах автоблокировки //М., Автоматика, телемеханика и связь, 1995, №11, с. 33–34.
3. Теег Г. Системы счета осей на зарубежных железных дорогах //М., Автоматика, телемеханика и связь, 2009, №7, с. 45 – 48.


**УДК 51:330.115**

**Ташев Азат Арипович – д.т.н., доцент (Алматы, КазАТК)**
**Доштаев Кунтуган Жубанышович – к.т.н., доцент (Алматы, КазАТК)**
**Кенжебаева Жанат Елубаевна – соискатель (Алматы, КазНТУ)**

## ОЦЕНКА ВРЕМЕНИ ВЫПОЛНЕНИЯ КОМПЛЕКСА ВЗАИМОСВЯЗАННЫХ РАБОТ МЕТОДОМ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Имитирование является случайным процессом. Поэтому результаты имитации также являются случайными величинами. В связи с этим, оценки которые мы получаем, являются точечными и не позволяют говорить о точности этих оценок.

При решении практических задач наибольший интерес представляет собой оценка математического ожидания и построение доверительных интервалов.

Оценка математического ожидания $\widehat{x}$ при имитации получается как среднее от наблюдений $x_i, i=\overline{1,n}$

$$\widehat{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}, \tag{1}$$

то есть как сумма независимых с.в. Поэтому $\widehat{x}$ в соответствии с центральной предельной теоремой распределено по нормальному закону. Если обозначим через $m$ – истинное значение среднего $\widehat{x}$, то величина (статистика)

$$z = \frac{\widehat{x} - m}{\sigma_{\widehat{x}}}, \tag{2}$$

когда $\sigma_{\widehat{x}}$ *известно*, распределено нормально с математическим ожиданием равным *0* и дисперсией $\sigma^2$.

Тогда с вероятностью $\alpha$

$$-z_{\frac{\alpha}{2}} \le \eta \le z_{\frac{\alpha}{2}},$$

где $z_{\frac{\alpha}{2}}$ берется из функции Лапласа

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^{z_{\frac{\alpha}{2}}} e^{-\frac{x^2}{2}}dx = \frac{\alpha}{2}.$$

Подставляя сюда значение $\eta$ согласно (2), имеем

$$-z_{\frac{\alpha}{2}} \le \frac{\hat{x}-m}{\sigma_{\bar{x}}} \le z_{\frac{\alpha}{2}}$$

или

$$\hat{x}-\sigma_{\bar{x}} z_{\frac{\alpha}{2}} \le m \le \hat{x}+\sigma_{\bar{x}} z_{\frac{\alpha}{2}}.$$

Если СКО $\sigma_{\hat{x}}$ неизвестно, то в качестве его оценки можем использовать несмещенную оценку

$$\hat{S}_{\bar{x}} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2 = \hat{\sigma}_{\bar{x}}^2.$$

Тогда случайная величина (статистика)

$$t = \frac{\bar{x}-m}{\sqrt{\hat{S}_{\bar{x}}}}$$

подчиняется *t* – распределению Стьюдента с *n-1* степенями свободы.

В этом случае доверительный интервал для *m* имеет вид

$$\hat{x}-t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\sqrt{\hat{S}_{\bar{x}}} \le m \le \hat{x}+t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\sqrt{\hat{S}_{\bar{x}}}, \qquad (3)$$

где $t_{\frac{\alpha}{2},n-1}$ - критическое значение для *t* статистики.

Если $x_i$ независимые и одинаково распределенные случайные величины, то

$$\sigma_{\bar{x}} = \sigma_{x_i}/\sqrt{n} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}, \qquad \sqrt{\hat{S}_{\bar{x}}} = \frac{\hat{\sigma}_x}{\sqrt{n}}.$$

Тогда соотношения (2) и (3) имеют вид

$$\hat{x}-z_{\frac{\lambda}{2^1}}\frac{\sigma_{\bar{x}}}{\sqrt{n}} \le m \le \hat{x}+z_{\frac{\lambda}{2^1}}\frac{\sigma_{\bar{x}}}{\sqrt{n}} \qquad (4)$$

и

$$\hat{x}-t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\frac{\hat{\sigma}_{\bar{x}}}{\sqrt{n}} \le m \le \hat{x}+t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\frac{\hat{\sigma}_{\bar{x}}}{\sqrt{n}}, \qquad (5)$$

соответственно.

Формулы (4) и (5) позволяют также определить количество экспериментов для получения математического ожидания с точностью $\varepsilon$ с вероятностью $\lambda$, из соотношений:
в случае, когда $\sigma_x$ известно

$$z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma_{\bar{x}}}{\sqrt{n}} = \varepsilon \qquad \text{или} \qquad n = \frac{z_{\frac{\alpha}{2}}^2\sigma_{\bar{x}}^2}{\varepsilon^2},$$

в случае, когда $\sigma_x$ неизвестно

$$t_{\frac{\alpha}{2},n-1}\frac{\hat{\sigma}_{\overline{x}}}{\sqrt{n}}=\varepsilon \quad \text{или} \quad n=\frac{t^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}\hat{\sigma}_{\overline{x}}}{\varepsilon^2} \tag{6}$$

***Пример 1.*** Допустим, что известны двадцать значений случайной величины ξ: *x[i], i* $=\overline{1,20}$ *:-4,-1.9,1.1,-0.82,-0.59,-0.45,-0.46,-0.98,-0.32,-0.18,-1.4,-0.05,-1.5,1,-1.6,-0.53,1.4,-0.33,0.76,-0.44,-0.51,1.2.*

Необходимо определить оценку математического ожидания и СКО для с.в., а также определить доверительный интервал для математического ожидания для доверительной вероятности α=*0.95.*

*Решение.* Оценка математического ожидания $\hat{M}x$ есть

$$\hat{M}x=\sum_{i=1}^{20}x[i]/20=0.51.$$

Оценка среднеквадратического отклонения $\hat{\sigma}_x$ есть

$$\hat{\sigma}_x=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{20}\left(x[i]-\hat{M}x\right)^2}{20}}=1.2.$$

Доверительный интервал для математического ожидания (так как $t_{0.9}=1.645$) определяется по формуле (4):

$$0.51-1.645\frac{1.2}{\sqrt{20}}\le m\le 0.51+1.645\frac{1.2}{\sqrt{20}}$$

или

$$0.07\le m\le 0.96.$$

***Пример 2.*** Найти аналитически и имитационным моделированием (число имитации положить равным *40*) оценку вероятности безотказной работы схемы, показанной на рис. 10.1. При этом необходимо оценить число экспериментов, чтобы ошибка была меньше, чем $\varepsilon=0.1$, с доверительной вероятностью 0.95.

*Решение.* Аналитически вероятность безотказной работы схемы *P* равна вероятности безотказной работы элементов *1* и *2 (P₁₂)* умноженной на вероятности безотказной работы элемента *3(p₃),* то есть

$$P=P_{12}p_3=\left(1-\left(1-p_1\right)\left(1-p_2\right)\right)p_3=\quad=\left(1-\left(1-0.7\right)\left(1-0.8\right)\right)0.9=0.846.$$

Для определения этой вероятности имитируем работу каждого элемента схемы по равномерному закону и результаты представим в табл.1. При этом считаем, что элементы 1 и 2 не вышли из строя(т.е. состояние элементов равны 1), если случайные числа, сгенерированные для *1*–го и *2*-го элементов больше соответственно $p_1=0.7$ и $p_2=0.8$. В противном случае считается, что элементы отказали (т.е. состояния элементов равны 0) Аналогично будем считать, что элемент 3 схемы работает, если случайные числа, сгенерированные для *3*–го элемента больше, чем $p_3=0.8$. Из таблицы видно, что из *40* случаев схема находилось в рабочем состоянии *33* раза. Поэтому оценка вероятности безотказной работы схемы есть $\hat{P}=33/40=0.825$. Оценка СКО вероятности безотказной работы есть

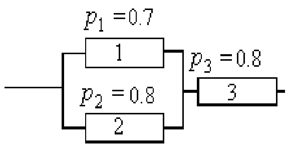


Рисунок 10.1

$$\sigma = \sqrt{\frac{33(1-0.825)^2 + 7(0-0.825)^2}{40}} = 0.38.$$

На основе (4) с доверительной вероятностью $\alpha = 0.95$ истинное значение вероятности $P$ лежит в интервале:

$$\hat{P} - z_{\frac{\alpha}{2^1}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le P \le \hat{P} + z_{\frac{\alpha}{2^1}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

или

$$0.825 - 1.96\frac{0.38}{\sqrt{40}} \le P \le 0.825 + 1.96\frac{0.38}{\sqrt{40}},$$

$$0.825 - 0.118 \le P \le 0.825 + 0.118,$$

$$0.707 \le P \le 0.943.$$

Число имитации определим по формуле (6):

$$n = \frac{t^2_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \hat{\sigma}_{\bar{x}}}{\varepsilon^2} = n = 1.96^2 * 0.38 * 100 \approx 145.$$

Таблица 1-

| 1 | 2 | 3 | Состояние элементов 1,2 | Состояние элемента 3 | Состояние схемы |
|---|---|---|---|---|---|
| 0.0314 | 0.8610 | 0.2026 | 1 | 1 | 1 |
| 0.4748 | 0.0706 | 0.8409 | 1 | 0 | 0 |
| 0.8442 | 0.7180 | 0.3066 | 1 | 1 | 1 |
| 0.1492 | 0.8743 | 0.2873 | 1 | 1 | 1 |
| 0.1435 | 0.5008 | 0.0217 | 1 | 1 | 1 |
| 0.2060 | 0.6811 | 0.5929 | 1 | 1 | 1 |
| 0.7723 | 0.4953 | 0.8817 | 1 | 0 | 0 |
| 0.9889 | 0.7740 | 0.7496 | 1 | 1 | 1 |
| 0.2878 | 0.0936 | 0.6289 | 1 | 1 | 1 |
| 0.1571 | 0.2681 | 0.1775 | 1 | 1 | 1 |
| 0.0804 | 0.0763 | 0.0598 | 1 | 1 | 1 |
| 0.4939 | 0.3413 | 0.8189 | 1 | 0 | 0 |
| 0.2275 | 0.5704 | 0.2545 | 1 | 1 | 1 |
| 0.3186 | 0.4787 | 0.2965 | 1 | 1 | 1 |
| 0.8805 | 0.6689 | 0.1124 | 1 | 1 | 1 |
| 0.9217 | 0.8387 | 0.6814 | 0 | 1 | 1 |
| 0.2300 | 0.9465 | 0.3649 | 1 | 1 | 1 |
| 0.6972 | 0.1007 | 0.6689 | 1 | 1 | 1 |
| 0.3472 | 0.3538 | 0.4878 | 1 | 1 | 1 |
| 0.8924 | 0.4032 | 0.2075 | 1 | 1 | 1 |
| 0.4483 | 0.2268 | 0.1847 | 1 | 1 | 1 |
| 0.1487 | 0.2329 | 0.8803 | 1 | 0 | 0 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0.3788 | 0.3949 | 0.3638 | 1 | 1 | 1 |
| 0.2534 | 0.3724 | 0.5826 | 1 | 1 | 1 |
| 0.3639 | 0.6217 | 0.7800 | 1 | 1 | 1 |
| 0.7755 | 0.2675 | 0.2955 | 1 | 1 | 1 |
| 0.3228 | 0.8629 | 0.7631 | 1 | 1 | 1 |
| 0.5077 | 0.4227 | 0.0003 | 1 | 1 | 1 |
| 0.2930 | 0.0769 | 0.7056 | 1 | 1 | 1 |
| 0.8850 | 0.6846 | 0.0323 | 1 | 1 | 1 |
| 0.7623 | 0.5703 | 0.2308 | 1 | 1 | 1 |
| 0.8037 | 0.5213 | 0.4187 | 1 | 1 | 1 |
| 0.9544 | 0.1151 | 0.2134 | 1 | 1 | 1 |
| 0.5111 | 0.6601 | 0.9996 | 1 | 0 | 0 |
| 0.3660 | 0.3197 | 0.0747 | 1 | 1 | 1 |
| 0.4883 | 0.6891 | 0.3781 | 1 | 1 | 1 |
| 0.1010 | 0.9902 | 0.0241 | 1 | 1 | 1 |
| 0.4985 | 0.4854 | 0.9960 | 1 | 0 | 0 |
| 0.8004 | 0.4643 | 0.1683 | 1 | 1 | 1 |
| 0.2217 | 0.5772 | 0.8826 | 1 | 0 | 0 |

**Выводы**

Результаты имитации являются случайными величинами. Поэтому при решении практических задач очень важна оценка математического ожидания и построение доверительных интервалов.

В работе мы привели конкретные примеры по аналитическим и имитационным моделированиям и оценку вероятности безотказной работы приведенной схемы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Акулиничев и др. Математические методы в эксплуатации ж/д. М., Транспорт, 1971, 208 с.
2. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. М., Высшая школа, 1974, 319 с.
3. Бикел П., Доксам К. Математическая статистика / Пер. с англ., вып.1. М., Финансы и статистика, 1983, 278 с.
4. Ташев А.А., Каракулов А.К. Математическое программирование. Алматы, Бастау, 2001, 198 с.
5. Прицкер А. Введение в имитационное моделирование и язык СЛАМ II., Пер. с англ. М., Мир, 1987, 646 с.

**УДК 681.3.06**

**Утепбергенов Ирбулат Туремуратович – д.т.н., профессор (Алматы, КазАТК)**
**Коновалова Аза Павловна – соискатель (Алматы, КазАТК)**
**Кенжебаева Жаннат Елубаевна – соискатель (Алматы, КазНТУ)**

## АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА ОПТИМАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ПРОГРАММНЫХ МОДУЛЕЙ ПО ОБЩЕСИСТЕМНОМУ КРИТЕРИЮ

Для решения оптимизационной задачи синтеза оптимальной структуры программных модулей по общесистемному критерию возможно применение следующих методов:

- переборного;
- локально-градиентного;
- генетических алгоритмов.